POINT D'ÉTOILES PAR UNE MÉTHODE NON-GRAPHIQUE

par Frederick E. ROMBERG
Texas Instruments, Inc.

RÉSUMÉ

Cet article présente une méthode de calcul numérique du point par observation des hauteurs de deux étoiles. Ce calcul ne nécessite pas le graphique habituel des droites de hauteur et s'adapte ainsi à l'utilisation des machines à calculer, ou encore peut servir de vérification à la méthode graphique.

INTRODUCTION

Si un navigateur observe la hauteur de deux étoiles, il peut calculer sa position géographique puisque la distance zénithale de chaque étoile définit sur la terre le petit cercle, lieu de la position. Les petits cercles ainsi définis par deux étoiles observées en un point se coupent en deux points (avec une seule exception sans importance), de sorte que la position de l'observateur doit être sur l'une de ces deux intersections. En général le choix à faire entre ces deux points est évident d'après les azimuts approchés des étoiles. Les points effectués par observation de deux étoiles se construisent généralement graphiquement à l'aide des droites de hauteur tracées sur une carte, chaque droite représentant une petite partie du cercle de hauteur. Naturellement, il est possible de résoudre le problème numériquement ou analytiquement sans procédé graphique; ceci peut être intéressant si l'on veut calculer plusieurs séries d'observations à la machine ou pour une vérification analytique des procédés graphiques habituels. Nous présentons ici une solution analytique simple du problème par la résolution du triangle sphérique dont on connait trois côtés et un angle, formule ne contenant que des sinus et des cosinus. On résoud trois triangles successivement, et on trouve explicitement la latitude et la longitude.

CALCULS

1. Triangle pôle et deux étoiles

On résoud le triangle constitué par le pôle et les positions géographiques des deux étoiles aux instants de l'observation pour avoir le côté s compris entre les deux étoiles et l'angle P à l'une des étoiles (voir fig. 1).

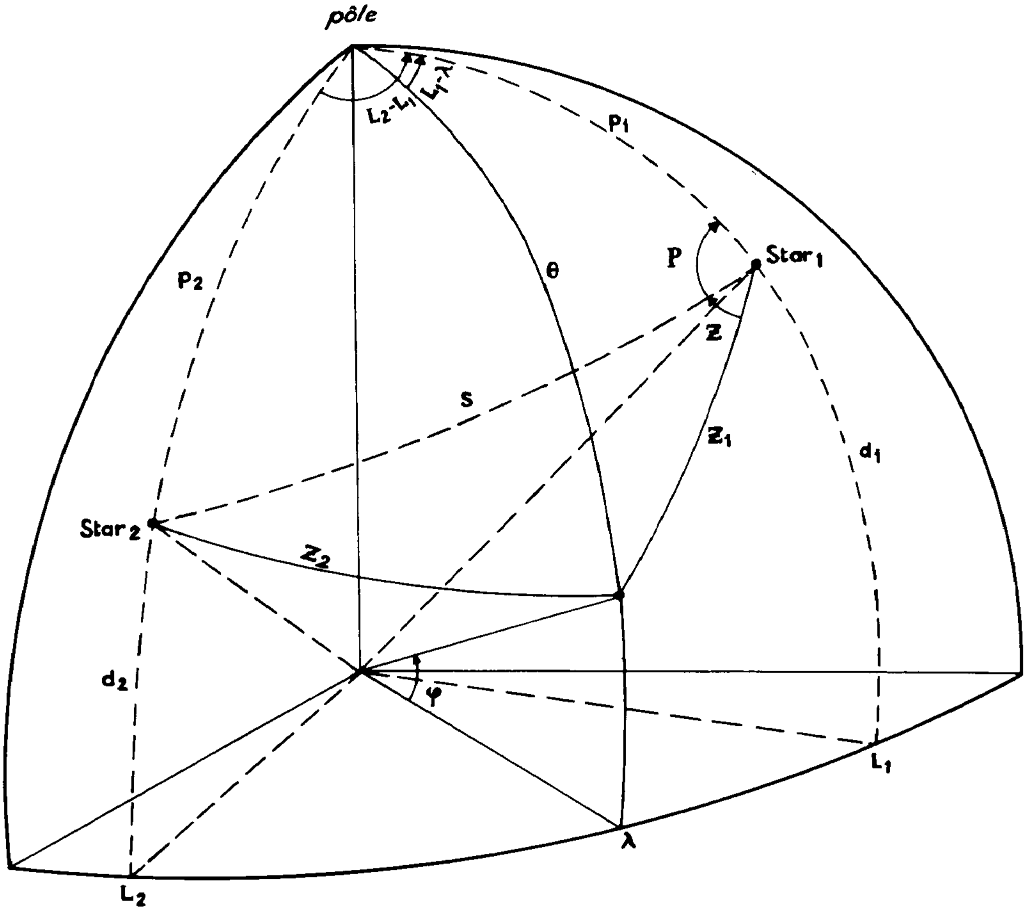

FIG. 1. — Triangles sphériques servant au calcul numérique du point.

L'une ou l'autre étoile servira pour P, mais l'étoile choisie sera appelée étoile$_1$. Les calculs sont valables même s'il s'écoule un certain temps entre les observations de chaque étoile parce que les positions géographiques des étoiles sont déterminées d'après les tables pour les heures d'observation; cependant, si le point d'observation change d'une façon sensible entre les lectures, il y a lieu d'opérer une correction.

Soit p_1 = la distance polaire de l'étoile$_1$
p_2 = la distance polaire de l'étoile$_2$
d_1 = la déclinaison de l'étoile$_1$

d_2 = la déclinaison de l'étoile$_2$
L_1 = la longitude de l'étoile$_1$
L_2 = la longitude de l'étoile$_2$

L_1 et L_2 sont déterminés pour l'instant de l'observation.

On applique les formules suivantes :

$$\cos s = \cos p_1 \cos p_2 + \sin p_1 \sin p_2 \cos (L_2 - L_1)$$

ou bien :

$$\cos s = \sin d_1 \sin d_2 + \cos d_1 \cos d_2 \cos (L_2 - L_1)$$

et

$$\cos P = \frac{\cos p_2 - \cos p_1 \cos s}{\sin p_1 \sin s}$$

ou bien :

$$\cos P = \frac{\sin d_2 - \sin d_1 \cos s}{\cos d_1 \sin s}$$

2. **Triangle zénith et deux étoiles**

On résoud le triangle constitué par les positions géographiques des deux étoiles et du point d'observation pour obtenir l'angle Z à l'étoile$_1$.

Soit z_1 = distance zénithale de l'étoile$_1$
z_2 = distance zénithale de l'étoile$_2$
a_1 = hauteur de l'étoile$_1$
a_2 = hauteur de l'étoile$_2$

Nous avons alors :

$$\cos Z = \frac{\cos z_2 - \cos z_1 \cos s}{\sin z_1 \sin s}$$

ou bien :

$$\cos Z = \frac{\sin a_2 - \sin a_1 \cos s}{\cos a_1 \sin s}$$

3. **Triangle étoile-zénith-pôle**

On résoud maintenant le triangle de position constitué par l'étoile, le pôle et le zénith pour avoir la latitude φ du point d'observation et la différence de longitude $L_1 - \lambda$ entre ce point et l'étoile$_1$.

Soit θ la distance polaire du point d'observation (colatitude); on a alors :

$$\cos \theta = \cos p_1 \cos z_1 + \sin p_1 \sin z_1 \cos (P + Z)$$

ou :

$$\sin \varphi = \sin d_1 \sin a_1 + \cos d_1 \cos a_1 \cos (P + Z)$$

et

$$\cos (L_1 - \lambda) = \frac{\cos z_1 - \cos p_1 \cos \theta}{\sin p_1 \sin \theta}$$

ou

$$\lambda = L_1 - \cos^{-1} \left[\frac{\sin a_1 - \sin d_1 \sin \varphi}{\cos d_1 \cos \varphi} \right]$$

Le problème est donc résolu analytiquement à l'aide d'une solution explicitant la latitude et la longitude du point d'observation.