

## La Géométrie des Méandres, Une Méthode D'Analyse

D. A. St-Onge et M. Lemay  
Département de Géographie  
Université d'Ottawa  
Ottawa, Ontario K1N 6N5

M. R. St-Onge  
Département de Géologie  
Université d'Ottawa  
Ottawa, Ontario K1N 6N5

### Abstract

In an article published in 1966, Langbein and Leopold defined the curve of a meander with a mathematical function. The formula represents the most probable path from a point of departure A to a point of arrival B where the length is greater than the straight line AB. The theoretical curve given by this formula provides an explanation for the ubiquity of meanders since it represents the path of least effort required for a change in a direction while maintaining a uniform distribution of energy along the course. This curve can be generated by inserting the maximum angle of deviation "w" into an APL program. The ease with which theoretical meanders can be generated makes it possible to use the model in undergraduate courses in geomorphology.

### Résumé

Dans un travail publié en 1966, Langbein et Leopold proposent une fonction géométrique pour représenter la courbe d'un méandre. La formule décrit le tracé le plus probable entre un point de départ A et un point d'arrivée B sur une distance supérieure à une droite AB. Cette courbe permet de comprendre l'ubiquité des méandres puisqu'elle correspond à un effort minimum de changement de direction et à une distribution uniforme

d'énergie le long du parcours. Un programme APL permet de générer des courbes en insérant uniquement la déviation angulaire maximale par rapport à la direction aval. On peut donc, dès lors, utiliser cette formule dans des exercices de lecture de cartes ou dans des études de géomorphologie fluviale.

### Introduction

Davis (1889 in 1945, p. 265) voyait dans les méandres une indication de stage d'évolution, début de la "maturité" où se situait une accélération de l'érosion latérale au dépens de l'érosion verticale qui avait caractérisé la phase de "jeunesse". Cette hypothèse bien qu'intellectuellement satisfaisante parce que simple dans ses concepts physiques et surtout parce qu'elle lie processus et âge, a dû être abandonnée parce qu'elle n'explique pas les méandres incisés comme ceux du Colorado ou comme ceux sculptés par des cours d'eau sur les îles en voie de relèvement glacio-isostatique (St-Onge, 1965).

De très nombreuses études sur les méandres, le tracé le plus fréquent des cour d'eau, ont permis de définir les principaux paramètres qui les caractérisent (Fig. 1).

Les analyses ont permis d'établir des liens entre ces paramètres. Ainsi la régularité d'un train de méandres indique un rapport constant entre la longueur d'onde et le rayon de courbure (Leopold et Langbein, 1966). Dans l'exemple de la figure 1 ce rapport est de 5/1. La sinuosité se définit par le rapport entre la longueur du chenal et la longueur d'onde, ce rapport varie entre 1.3/1 et 4/1. De nombreuses relations empiriques existent entre notamment le rayon de courbure, amplitude de la courbure et la longueur du chenal (Morisawa, 1968, p. 141-142; Strahler, 1968). Ces relations ne font qu'accentuer l'interdépendance des différents éléments d'un méandre sans pour autant définir la géométrie de la courbe et, surtout, sans en expliquer la raison d'être.

Langbein et Leopold (1966) ont tenté de résoudre le problème à partir de considérations très théoriques: quel est le tracé le plus probable d'une courbe dont le point de départ est "A" et le point d'arrivée est "B" et dont la longueur fixe est supérieure à "AB"? La solution de von Schelling est une fonction

mathématique complexe dans laquelle la longueur d'arc est définie par une intégrale elliptique. Langbein et Leopold (1966, p. 43) ont établi que pour fin de tracé l'approximation suivante était satisfaisante

$$\phi = w \sin (s/M) 360^\circ$$

- w: déviation angulaire maximale de la courbe par rapport à la direction moyenne vers l'aval  
s: unité de longueur élémentaire le long de la courbe  
M: longueur de la courbe dans une onde complète (b - c - d - e - f dans la figure 2).

Il est à noter que cette courbe n'est pas une sinusoïde (Fig. 2 A) mais que la direction du chenal varie selon une fonction sinusoïdale de la distance (Fig. 2 B).

Leopold et Langbein (idem H4 et H5) ont démontré que la somme des carrés des changements de direction de cette courbe est inférieure à celle d'une courbe parabolique, sinusoïdale ou circulaire. La courbe dont la dérivée est une sinusoïde est donc celle qui représente l'effort minimum de courbure ou de changement de direction.

Cette courbe théorique explique que l'ubiquité des méandres est liée à une courbe qui permet une distribution relativement uniforme d'énergie le long d'un tracé dans lequel le calme relatif des mouilles est compensé par un changement de direction (Langbein et Leopold, 1966, p. H10).

On s'explique mal dès lors que ce progrès certain dans l'étude des méandres soit si peu intégré dans les manuels de géomorphologie. Il semble que la difficulté de générer facilement des courbes avec de nombreuses valeurs w a réduit les chances de transformer la théorie en "exercice pour étudiants". Un programme d'APL contourne cette difficulté et permet de confronter toute une série de courbes théoriques avec la réalité représentée sur les cartes topographiques (Fig. 3).

Les courbes générées par le terminal APL ont été superposées aux méandres des rivières East Prairie et Pembina dans le centre nord de l'Alberta (Fig. 4).

Les dépôts quaternaires de trois à 10 m d'épaisseur ont été incisés par cette rivière qui sculpte ses méandres dans des schistes argileux et des grès peu consolidés du Crétacé supérieur (St-Onge, 1974).

Les figures illustrent différents méandres auxquels on a superposé la courbe théorique qui correspond le mieux. Les nombreuses variables naturelles telles les variations lithologiques, les glissements de terrain, les ravins, etc. font que les méandres sont rarement aussi réguliers que les courbes théoriques. Les courbes qui correspondent à des valeurs  $w$  de  $70^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $110^\circ$  sont celles que l'on trouve le plus fréquemment dans les méandres

de la rivière East Prairie.

Il semblerait donc que ces valeurs angulaires correspondent à un état d'équilibre qui contribue à la création et au maintien du méandre.

**Conclusion**

L'analyse des propriétés géométriques d'un réseau (St-Onge, 1968; Fauchon, 1975), permet soit d'en constater la normalité ou le cas échéant de définir le niveau de l'anormalité et de mieux orienter les recherches. Parcontre, la formule géométrique de Langbein et Leopold n'est pas une simple méthode d'approfondir la description. Elle permet d'établir une relation entre une forme et un principe fondamental qui dit que la nature a tendance à répartir uniformément sa dépense d'énergie Ceci permet de mieux comprendre l'ubiquité des méandres.

**References**

Davis, W. M., 1945 Geographical Essays edited by D. W. Johnson: Dover Publication Incorporated, 777 p.

Fauchon, A., 1975., Hydrographie de la partie ouest du bassin de la rivière Des Etchemins: Cahier Géog. Qué., v. 19 no. 47, p. 369-381

Gregory, K. J. and D. E. Walling, 1973, Drainage Basin Form and Process, a geomorphological approach: London, Edward Arnold Ltd., 456 p.

Langbein, W. B. and L. B. Leopold, 1966, River Meanders - Theory of Minimum Variance: U. S. Geol. Surv., Prof. Paper 422-H, 15 p.

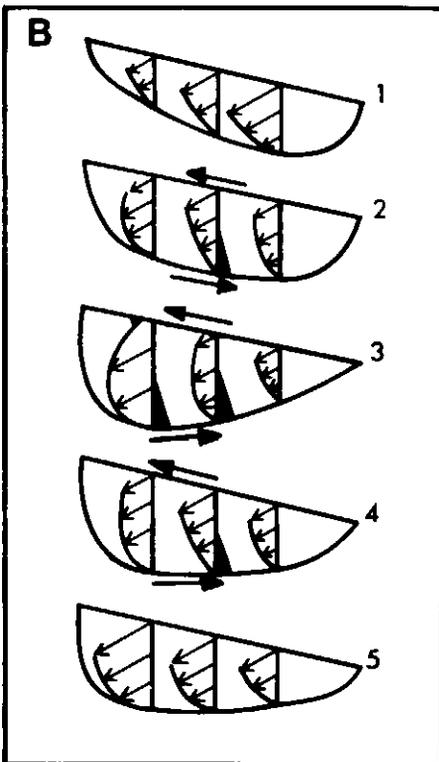
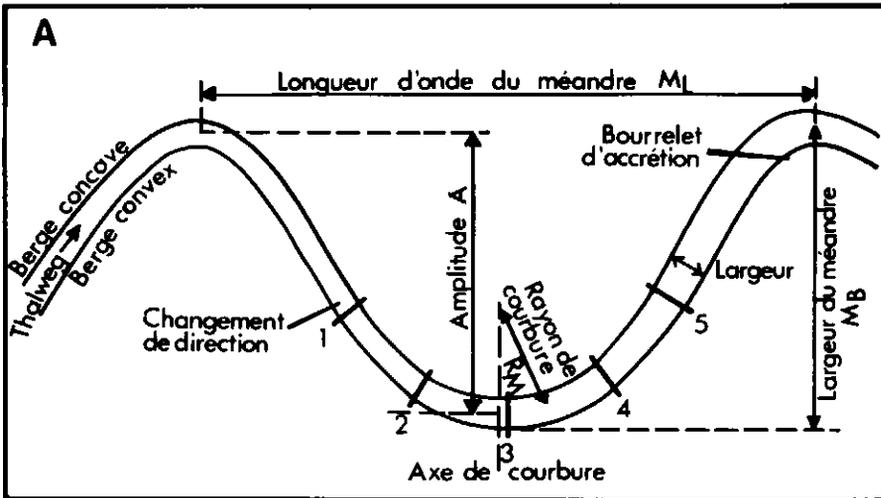
Morisawa, M., 1968, Streams, their dynamics and morphology: New York, McGraw-Hill Book Co., 175 p.

St-Onge, D., 1965, La Géomorphologie de l'île Ellef Ringnes, Territoires du Nord-Ouest: Min. Mines and Rel. Tech. et Géog., no. 38, 55 p.

St-Onge, D., 1968, Application de l'analyse de Horton à la rivière Freeman, Alberta: Cahiers Géog. Qué., v.12, no. 27, p. 445-450.

St-Onge, D., 1974, the Geomorphology of the Swan Hills Area, Alberta: Geol. Surv. Can. Paper 74-26, 6 p.

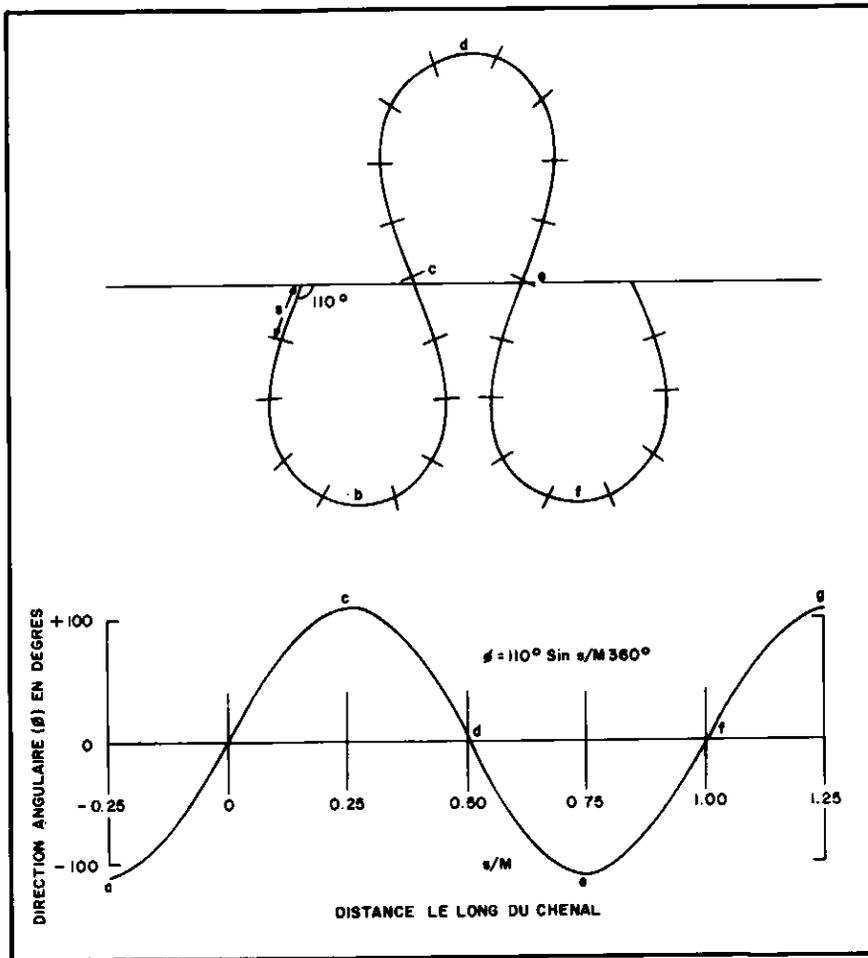
Strahler, A. N. 1968, Physical Geography, 3rd Edition: John Wiley and Sons Inc., p. 481-497.



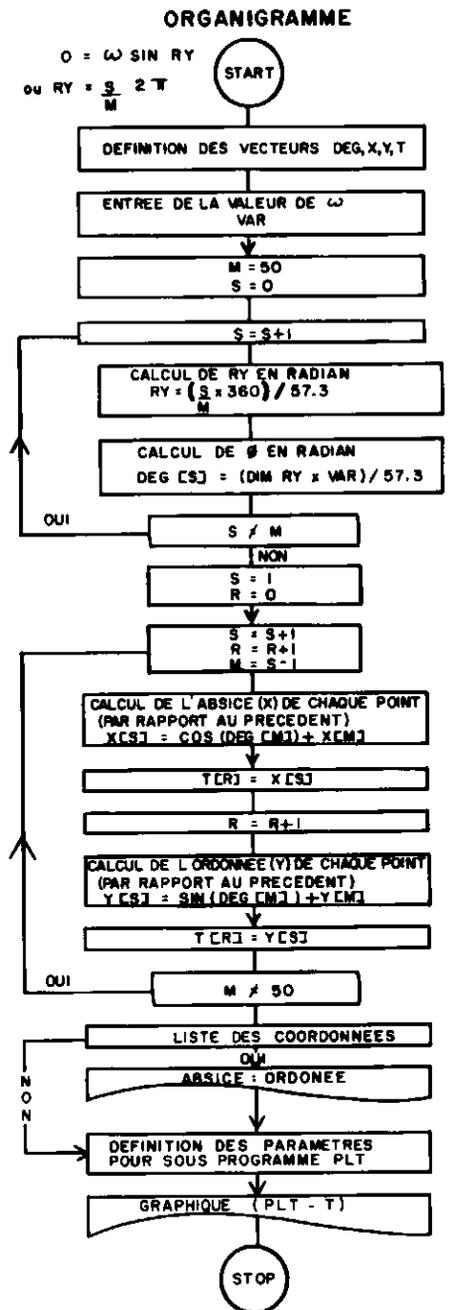
**TRACÉ A MÉANDRES**

- A) Paramètres Géométrique
- B) Vecteurs d'écoulement dans différentes sections

**Figure 1**  
Paramètres géométriques et vecteurs d'écoulement dans un tracé à méandre. Basée sur la Figure 5.4A, Gregory and Walling 1973.

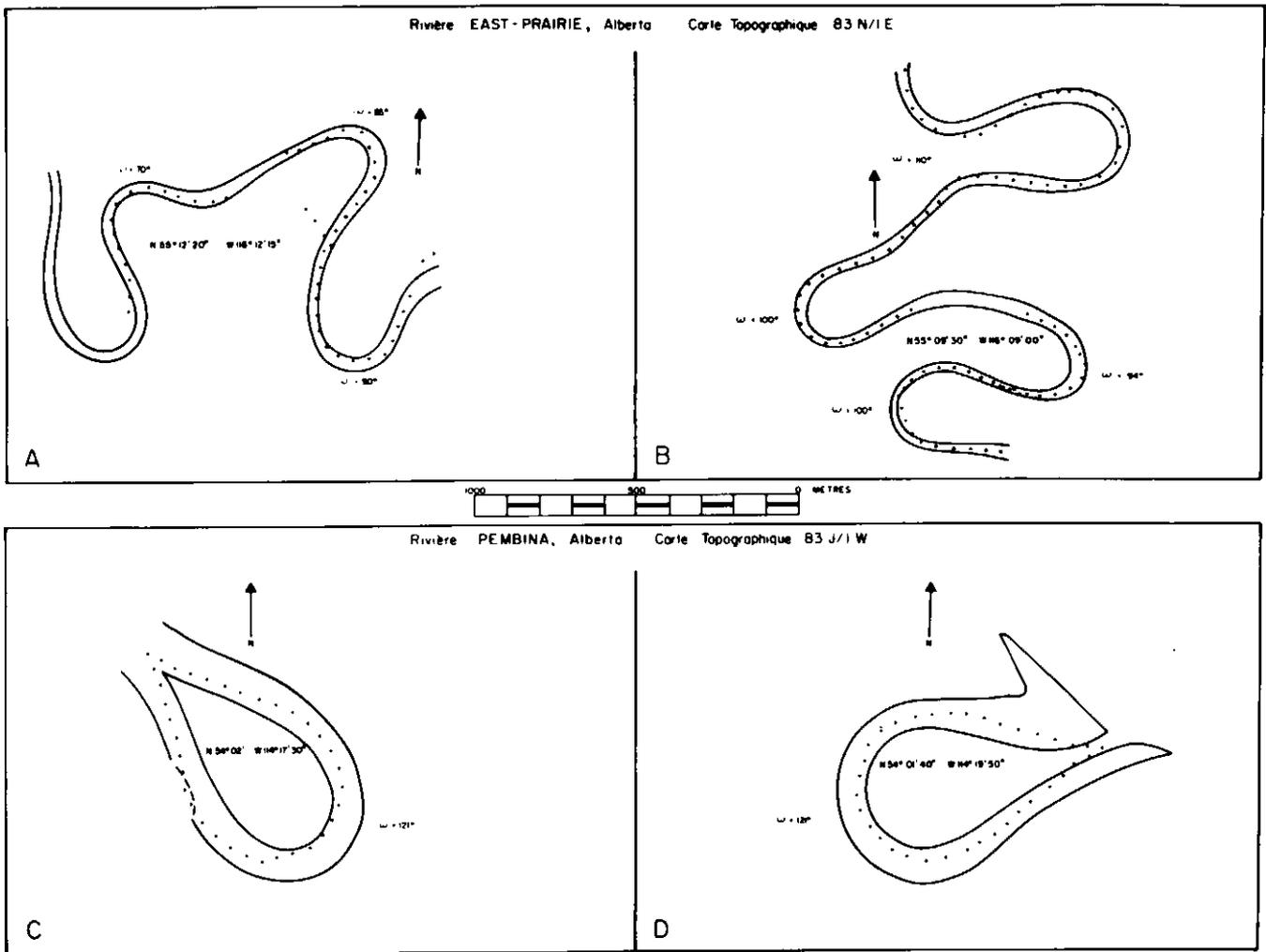


**Figure 2**  
 Courbe théorique d'un méandre,  
 "générée" par la formule  $\beta = w \sin (s/M)$   
 $360^\circ$  dans laquelle  $w = 110^\circ$  (A) et,  
 courbe sinusoïdale dérivé (B). Basée sur  
 la Figure 2, Langbein and Leopold 1966,  
 p. H3.



**Figure 3**  
 Logique du programme APL pour  
 générer des courbes avec différentes  
 valeur "w".

MEANDRES ET COURBES THEORIQUES



**Figure 4**  
 Comparaison entre les courbes  
 théoriques et quelques méandres des  
 rivières East-Prairie et Pembina  
 (Alberta).